

# Vorwort

In seinen tiefsinnigen Abhandlungen zur menschlichen Welthabe hat der Naturforscher Jakob von Uexküll unter anderem eine Geistesleistung herauspräpariert, die den von ihm sogenannten „*Momenrhythmus*“ hervorbringt. Fast zeitgleich hat der Mathematiker und Logiker Edmund Husserl eine solche Funktion im Rahmen seiner Analysen zur *weltbildenden Synthesis* gefunden. Beide Denker waren stark von der Erkenntnistheorie Kants beeinflusst. Sie haben über Kant hinaus wichtige Details über die Struktur unserer Welthabe geliefert. Die in dem hier vorliegenden Werk dargestellten Erkenntnisse speziell zur Quantifikation (einem wichtigen Einzelaspekt der weltbildenden Synthesis) verdanken ihnen wertvolle Anregungen.

Uexkülls „Momentrhythmus“ ist ein *wesentlicher* (wenn nicht gar *der* wesentliche!) Teil unserer Welthabe. Meine eigenen Analysen zu diesem Punkt haben ergeben, dass es sich hierbei nicht um einen rein zeitlichen Vorgang handelt, wie das von Uexküll verwendete Wort „Moment“ nahe zu legen scheint. Die weltbildende Synthesis hat eine einheitliche raumzeitliche Struktur.

In dieser ursprünglichen, ungetrennten Raumzeitlichkeit haben unsere Quantifikation und ihr Produkt, das Quantum, ihren Grund. Die Allaussagen, die wir gewöhnlich über Zahlen und Zahlverhältnisse formulieren, sind nur dann phänomenadäquat (und damit praxisrelevant!!), wenn sie aus diesem Grund geschöpft wurden. Dieser Umstand erlaubt es nicht, dem Quantum und seiner symbolischen Objektivation, die wir „Zahl“ nennen, einen rein temporalen Charakter zuzusprechen.

Erst eine durch unseren Geist künstlich vorgenommene Abstraktion und deren symbolische Objektivation in Verbindung mit konventioneller Bemaßung liefern uns Raum und Zeit als *getrennte* Erscheinungen. Und erst dann können aus der „inneren Bewegung unseres Geistes“ (qua Apperzeption) die Elemente gewonnen werden, die den Physikern eine *Formelbildung* für „äußere Bewegungen“ gestattet.

# Theorie und Phänomenadäquanz

## Die Arithmetik als Exempel

### Inhalt

<b>A</b>	<b>Ausgangslage und Problemstellung</b>	<b>9</b>
<b>B</b>	<b>Eine phänomenadäquate Arithmetik</b>	<b>17</b>
B 1	Bestimmung des Untersuchungsgegenstands	21
B 2	Die Wesensstruktur des quantitativen Weltaspekts	30
B 2.1	Identität und Diversität	34
B 2.2	Partialität und Totalität	37
B 2.3	Priorität und Inferiosität	41
B 3	Vergegenständlichung von Abstrakta	44
B 3.1	Das Symbol als Gegenstand	46
B 3.2	Terminologie und Kurzsymbolik	49
B 4	Gesetze über den quantitativen Weltaspekt	55
B 4.1	Grundsätze, Definitionen und Ableitungen	56
B 4.2	Quantitative Mächtigkeit und Vollständige Induktion	60
B 5	Veranschaulichung der Quantifikation	62
B 6	Operationalisierung der Quantifikation	69
B 6.1	Stellenwertsystem und Ziffer	70
B 6.2	Zählung und Zahl	77
B 6.3	Das Rechnen	85
B 7	Ausblicke	93
<b>C</b>	<b>Phänomenadäquanz und Praxisrelevanz</b>	<b>99</b>
C 1	Theorie und Lebenswelt	101
C 2	Lebensweltlich fundierte Theorie und Praxis	103
C 3	Phänomenadäquanz und Psychogenese	109
<b>D</b>	<b>Anmerkungen und Exkurse</b>	<b>115</b>
<b>E</b>	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>157</b>

## Ausgangslage und Problemstellung

Für den Praktiker bemisst sich der Wert einer Theorie – auch einer mathematischen - an ihrer Sachnähe. Denn die Praxis orientiert sich an den Sachen - auch ohne Theorie. Dass selbst eine überall geschätzte Theorie nicht immer sachnah ist, hat sich herumgesprochen. Das fundamentum in re, die Verankerung in der Sache, ist nicht etwas, das - wie etwa für den Mathematiker H. Hankel (s. Anm. 1) – von der Theorie gefordert werden kann, sondern gefordert werden muss. Fehlt diese Verankerung, hat das u. U. fatale Auswirkungen auf die Praxis (Beispiel: Rassentheorie). - Aber was meint eigentlich „Sachnähe“ - in Bezug auf Theorie?

Nur zögerlich bricht sich im Bewusstsein der Theoretiker die Einsicht Bahn, dass der Mensch die Welt nicht hat, wie sie an sich ist, sondern nur so, wie sie ihm erscheint. „Kein Sein oder So-sein für mich, ob als Wirklichkeit oder Möglichkeit, es sei denn als mir geltend“ (E. Husserl 1969, 172; s. auch Anm. 2). Der Mensch erschafft sich seine Welt mit Hilfe seiner Sinnes- und Geistesleistungen selbst. Die vermeintlich „objektive“ Welt ist das Produkt der weltbildenden Aktivität eines Subjekts, ein „Korrelat der... Universalität synthetisch verbundener Leistungen“ (E. Husserl, 1969, 148). „La réalité est à construire mentalement“ (F. Gonseth, 1936, Kap. 16).

Diese Sicht der Dinge hat einen gewaltigen Umschwung im wissenschaftlichen Denken bewirkt. Sie hat unsere Vorstellung vom Sein des Universums völlig verändert. Das hat dazu geführt, dass sich das bewusste Erkennen von Welt nicht mehr so sehr auf das im „Außen“ Gegebene richtet, sondern auf die weltbildende Synthesis unseres Geistes. Immanuel Kant, der den Sichtwechsel wesentlich bewirkt hat, spricht von einer „Kopernikanischen Wende“.

Nicht nur die klassische Erkenntnistheorie, sondern auch die Befunde der modernen Neurophysiologie lehren: Unser Wahrnehmen und Vorstellen richtet sich nicht auf die „Welt da draußen“, sondern auf die Sinnesempfindungen und Geisteszustände „in uns“. Das gilt insbesondere auch für das Erleben von Raum und Zeit. (P. Thier in: M. Madeja und J. Müller-Jung, 2016). Es mag sein, dass es so etwas wie „Raum an sich“ und „Zeit an sich“ gibt. Nur können wir dergleichen nicht erleben. Und was wir nicht erleben, darüber können wir auch nichts wissen.

Der weltbildende Prozess kann angeregt sein durch Sinnesreize. Das ist aber nicht zwingend. Denn Weltbildung vollzieht sich auch „in der Phantasie“, und zwar genau so eindrucklich und plastisch als wenn sie durch Sinnesreize angeregt

würde. Dass unser Geist Erlebnisse aktivieren kann, ohne „von außen“ angeregt zu sein, dabei sogar deutliche Sinnesempfindungen hat, zeigt sich beim Pläneschmieden oder beim Träumen.

Dort, wo sich Gegebenheiten unseren Sinnen nicht erschließen, schaffen wir Apparate, mit deren Hilfe wir an Sinnesdaten gelangen. Beispiele dafür sind das Mikroskop und der Oszillograph. Über derlei Apparate können übrigens auch die Erkenntnisse eines Individuums anderen Individuen - über deren Sinnesdaten - zur Kenntnis gebracht werden.

Warum die durch die weltbildende Synthesis erzeugten Welt Dinge zur „Welt da draußen“ passen, ist müßig zu fragen. Wir wissen es nicht. Unser Erkenntnisvermögen ist für die Beantwortung von Fragen dieser Art nicht geschaffen. Wir konstatieren nur, dass uns das „An-sich“ der Dinge verborgen bleibt und wir lediglich mit den von uns selbst erzeugten Erscheinungen umgeben sind. „Wir machen alles selbst“, soll Kant im vorgerückten Alter einmal gesagt haben.

Kant sieht in der weltbildenden Synthesis eine zwar in sich gegliederte, dennoch „gemeinschaftliche Funktion des Gemüths“ (I. Kant, Kr. d. r. V., A 109). Von ihr weiß die vortheoretische Welt-habe nichts. Denn die erlebt nur deren Erzeugnisse, und zwar als „an sich“ seiende Objekte. Solches (im positiven Sinn!) naiv-objektive Erleben ist für den Menschen in seiner Rolle als Praktiker in der Regel ausreichend.

Gegen das gewöhnliche Verständnis von „Objektivität“ macht Kant geltend: „So bedeutet die objektive Gültigkeit des Erfahrungsurteils nichts anderes, als die notwendige Allgemeingültigkeit desselben“ - „Es sind daher objektive Gültigkeit und notwendige Allgemeingültigkeit... Wechselbegriffe, und ob wir gleich das Objekt nicht kennen, so ist doch, wenn wir ein Urteil als gemeingültig und mithin notwendig ansehen, eben darunter die objektive Gültigkeit verstanden“ (Prolegomena, A 78 f). Daraus folgt, dass eine objektive Erkenntnis erst dann gegeben ist, wenn wir sie An-deren zur Kenntnis bringen können und deren Zustimmung erlangen. Objektivität im Sinne der späten Aufklärung meint allgemeine Gültigkeit - im Sinne von Gültigkeit für Subjekte schlechthin.

Sofern die Welthabe der weltbildenden Synthesis geschuldet ist, ist jede Erkenntnis von Weltzusammenhängen allemal subjekt-bezogen. Subjektbezogenheit ist aber nicht so zu verstehen, als würde dem Belieben jedes Einzelnen stattgegeben. Das die Erkenntnis leistende und gemäß dieser Leistung handelnde Subjekt steht zwar im Fokus einer kritisch verfahrenen Theoriebildung. Dabei stellt sich aber sogleich die Frage, ob eine Erkenntnis, die auf den mentalen Strukturen

des einzelnen erkennenden Subjekts beruht, Zustimmung von anderen, im Idealfall von allen Subjekten, erlangen kann. Intersubjektivität der Erkenntnis setzt voraus, dass die Bedingungen der Möglichkeit des Erkennens bei den erkennenden Subjekten identisch sind, dass es so etwas wie „transzendente Intersubjektivität“ gibt (Husserl, 1929). Das Potential für das Erkennen von Welt müssen wir alle in uns tragen. Bei wem ein Teil dieses Potentials ausfällt, z. B. bei der Rotgrünblindheit, fehlt der zugehörige Weltaspekt.

Weil wir die Welthabe unserer weltbildenden Synthesis verdanken, sind nicht nur unsere vorthoretischen, sondern auch unsere theoretischen Aussagen subjektbezogen. Der Unterschied zwischen beiden liegt nicht so sehr darin, dass sie voneinander abweichen. Das Besondere an der Theorie ist, dass deren Aussagen in einem systematischen und widerspruchsfreien Begründungszusammenhang stehen, zumindest stehen sollten.

Der Umstand, dass die Erkenntnisse über die Welt aus den mentalen Strukturen des weltbildenden Subjekts zustande kommen, besagt nicht, dass sich Aussagen darüber nicht auch formal als ein System von Grund- und Folgesätzen darstellen ließen. Die Frage der Darstellbarkeit (z. B. einer mathematischen Theorie mit Hilfe der Aussagenlogik und einer Kurzsymbolik; s. Abschnitte B 3.1 f und B 4.1) ist von der Frage der Subjektbezogenheit der Erkenntnis völlig unabhängig.

„Sache“, „Gegenstand“, „Objekt“ meint nach dem bisher Gesagten: Produkt der weltbildenden Synthesis unseres Geistes und somit etwas in der eigensten Erlebnissphäre des Subjekts Seiendes. Die weltbildende Synthesis und die durch sie gebildete Welt gehören zusammen. Um diesen Tatbestand terminologisch zu fassen, spreche ich von den Welt dingen fortan nicht von Sachen, sondern von Phänomenen (s. auch Kant und Husserl). „Sachnah“ meint dann nicht mehr: einem an sich seienden Ding nahe sein, sondern einem Phänomenen der subjektiven Erlebnissphäre. Sachnähe wäre somit Phänomenadäquanz. - Die Leser sehen jetzt, warum der Titel der vorliegenden Schrift nicht anders lauten kann als von mir gewählt.

Sache als Phänomen, das ist kein bloßer Tausch der Worte. Das Leben des Menschen vollzieht sich stets in der Welt, die ihm phänomenal erscheint. Von dieser wissen wir seit langem, dass sie das Erzeugnis synthetisierender Geistesleistungen ist. Sachnähe im Sinne von Phänomenadäquanz bezieht sich auf die „Produkte“ dieser Leistungen. Die erlebt das erkennende Subjekt zunächst und zumeist als außer ihm befindliche Objekte.

Mit der soeben geschilderten Verwandlung des Begriffsinns von „Sache“ wird die Frage nach dem Sinn einer Theorie für An-wender, z. B. für Techniker überhaupt erst interessant (s. Ab-schnitt C 2). Denn Praxis spielt sich nicht in einer Welt „an sich“, sondern im Reich der Phänomene ab. Das gilt übrigens auch für die Forschungspraxis. Viele Forscher machen sich nicht klar, dass sie an den von ihnen selbst erzeugten Sinnes- und Geistesdaten forschen und nicht am „an sich“ Seienden. Mit ihrer Sichtweise von Objektivität stehen sie offensichtlich noch vor der „Kopernikanischen Wende“ Sie sind erkenntnistheoretisch einer Zeit verhaftet, in der sich die Sonne noch um die Erde drehte.

Eine der bekanntesten und ausdrücklich auf die Phänomenalität unserer Welt-habe ausgerichteten Forschungsrichtungen, die Vertreter aus verschiedenen Wissensgebieten weltweit vereinigt, ist die Phänomenologie (s. Anm. 3). Den Phänomenologen geht es darum, die Sachen so, wie sie uns originär erscheinen, zu erforschen und ihre Wesenszüge in den Blick zu bekommen, d. h. frei von irgendwelchen Vormeinungen und theoretischen Urteilen. Die ersten Versuche solcher Forschung wurden von Edmund Husserl in den beiden Werken „Philosophie der Arithmetik“ und „Logische Untersuchungen“ unternommen (s. Anm. 4).

Es ist kein Zufall, dass Mathematik und Logik die anfänglichen Gegenstände der neuen Forschungsrichtung wurden. In beiden Wissenschaften wurde Ende des 19. Jahrhunderts der Streit um theoretische Grundfragen besonders hart ausgefochten. Husserl stand als Schüler des Logikers F. Brentano und als Assistent des Mathematikers K. Weierstraß im Brennpunkt des Geschehens (G. Picker, 1962, 267).

Man darf von einer wissenschaftlichen Untersuchung erwarten, dass sie Neues und bislang nicht Gesehenes ans Licht bringt. Sollte sie jedoch beanspruchen, auf einen Schlag die Ergebnisse aller bisherigen Forschungsarbeit ausradieren zu können, oder sollte sie die natürlich gesetzten Grenzen menschlichen Erkenntnisvermögens überschreiten wollen, dann würde sie sich zumindest verdächtig machen. Selbst der revolutionärste und spektakulärste „Paradigmenwechsel“ (Th. Kuhn, 2014) kann sich nur innerhalb unseres Weltbildungspotentials vollziehen. Das Wirkliche sprengt die Grenzen nicht, die ihm das Mögliche setzen.

Abgesehen davon, dass es bei einer Theorie, die doch eine Übersicht über das, was ist sein sollte (theoria im ursprünglichen Sinne; s. Anm. 5), unglaublich wäre, wenn sie vorgäbe, etwas bis-lang NIEgeahntes zutage zu fördern (die vor-theoretische Welthabe hatte doch auch ihre Erkenntnis, und zwar aufgrund des unmittelbaren Umgangs mit den Sachen), wirkt solches Ansinnen bei rea-

listischer Einschätzung menschlicher Möglichkeiten einigermaßen befremdlich, wenn nicht gar anmaßend.

Die auf Dauer tragfähigen Forschungsergebnisse sind nicht die willkürlichen Neuschöpfungen, die mit ihrem Glanz und dem Anschein von Originalität das Publikum hysterisieren oder bis zur Demut düpieren. Es sind jene, die ans Licht bringen, was schon vorher, aber ohne klares Bewusstsein, unser Leben bestimmte bzw. was aufgrund fehlender Apparatur unseren Sinnen bisher nicht zugänglich war.

Der Mensch kann losgelöst von den naturgegebenen Voraussetzungen seiner Welthabe nichts erkennen. Selbst bei deren Verbannung aus einem angeblich voraussetzungslosen Aussagensystem spielen sie sich unbemerkt an irgendeiner Stelle in den Erkenntnisvorgang wieder hinein - und zwar dann als unerkannte. Das führt oft zu missliebigen Erscheinungen. So sieht sich z. B. die Mathematik genötigt, Verbote einzuführen (z. B. das Divisionsverbot in Bezug auf die Null) - eine seltsame Maßnahme bei einer sich als „rein“ deklarierenden Wissenschaft.

Wir können uns noch so viel Mühe geben, voraussetzungslose theoretische Systeme zu ersinnen, die vorgegebenen Strukturen unseres Denkens, das nichts anderes ist als ein Aufnehmen, ein Verbinden, ein Trennen, ein Ordnen, ein Beurteilen, ein Vergleichen usw., kommen allemal ins Spiel. Ist es dann nicht der kürzere Weg, zuerst die Ablaufstrukturen dieser Vorgänge zu studieren und damit die Basis zu schaffen für Aussagensysteme, die diesen Strukturen nicht widersprechen? Kant (mit seiner Methode der „transzendentalen Deduktion“) und Husserl (mit seiner Methode der „Konstitutionsanalyse“) haben erkannt, dass der Weg dorthin über mühsam zu überwindendes Terrain führt.

Die Frage des Sachbezugs einer Theorie stellt sich oft erst, wenn diese als bereits Vollendete vorliegt. Die Frage lautet dann: Welche Affinität zur Theorie weisen die Sachen auf? Wird die Frage so gestellt, gibt es bei der Beantwortung regelmäßig Probleme. Der Theorie ein Realfundament im Nachhinein gewissermaßen unterzuschieben, ist schon deshalb kaum möglich, weil die ursprünglichen Motive und Interessen und auch die Vorarbeiten, die zu ihrer Entstehung geführt haben, nicht mehr zugänglich sind.

Dieser Umstand lässt es ratsam erscheinen, die Vorgehensweise zu ändern: Beginn bei den Sachen, dem Beobachtbaren, Untersuchung des Beobachteten auf seine Wesensbestandteile hin und dann erst die Entwicklung der Theorie. Dabei sind selbst schon bei jenem Weltausschnitt, den uns unsere Sinnesdaten liefern, erhebliche Schwierigkeiten zu überwinden. „Die Schwierigkeiten wachsen, wenn

wir uns anderen Elementen zuwenden... der Zeit, dem Raum, der Zahl, den Begriffen, Sätzen... Freilich - wir reden von Zahlen und dergleichen, wir hantieren mit ihnen und die Bezeichnungen und Regeln, die wir kennen, genügen uns durchaus. Aber ihrem Wesen stehen wir unendlich fern“ (A. Reinach, 1951, 22 f).

Der für einige Theoretiker charakteristische Ausweg aus den Schwierigkeiten ist die Flucht in lebensfremde Abstraktionen und Formalismen. Damit verlassen sie den Boden der Realität entweder ganz oder dieser Bezug erscheint als bloße Zugabe, nicht aber als bedeutungsvoller oder gar notwendiger Rechtfertigungsgrund. „Die Tendenz zur Formalisierung führt... zu einem Verlust der Lebensbedeutsamkeit...“ So gerät z. B. die Mathematik manchmal zum bloßen Spiel nach axiomatisch festgelegten Regeln (D. Lohmar, 1989, 25).

Extrem formalistisch eingestellte Theoretiker unterschlagen den Sachbezug ihrer Aussagensysteme sogar bewusst. Sie stehen dann in der Not, noch zusätzlich Aussagen zur „inhaltlichen Interpretation“ ihrer Systeme liefern zu müssen, spätestens dann, wenn es um die Praxis geht (O. Hölder, 1914, 5; s. Exkurs in Anm. 6). Dabei stellt sich die anfangs zur Seite geschobene Frage nach der Phänomenadäquanz von neuem und dann in weit härterer Form.

Für den formalistischen Standpunkt in der Mathematik, der wesentlich auf H. Grassmann, E. Schröder und H. Hankel zurückgeht (s. Anm. 7), und der später vor allem durch D. Hilbert beim Publikum bekannt wurde, ist die Ignorierung des Sachbezugs typisch. Es schien, als gäbe es zumindest in der Mathematik nun keine epistemologischen Probleme mehr. „Durch Hilberts Geniestreich waren alle erkenntnistheoretischen Schwierigkeiten mit einem Schlage aus der Welt geschafft. Allerdings nur aus der Welt des reinen Mathematikers“ (B. v. d. Waerden, 1967, 3).

Von einigen Vertretern der formalistischen Richtung wird hin und wieder betont, dass der Mathematiker wesentlich einen ontologischen, nämlich den platonischen Standpunkt einzunehmen hätte (z. B. J. Dieudonne in M. Otte, 1974, 408), worin andere nichts anderes als einen Vulgärplatonismus erkennen (etwa D. Laugwitz, 1966, 21).

In der hier vorliegenden Schrift soll anhand eines Beispiels gezeigt werden, dass eine Theorie auch dann phänomenadäquat entwickelt werden kann, wenn die Absicht oder gar die Notwendigkeit besteht, sie „rein formal“ darzustellen (s. vor allem Abschnitt B 4.1 f). Darüber hinaus soll gezeigt werden, dass die Frage der Praxisrelevanz einer Theorie auch vor jedem Praxistest hinreichend profund beantwortet werden kann (s. Hauptabschnitt C 1 ff).



Weil eine Theorie, die gemäß den tradierten Gepflogenheiten der Logik errichtet ist, sich widerspruchsfrei aus Grundsätzen herleitet, genügt es, die Phänomenadäquanz der Grundsätze zu zeigen. Sollte es gelingen, die Grundsätze einer Theorie, die aus praktischen Erwägungen heraus formal konzipiert sein muss, in der unverfälschten vortheoretischen Phänomenalität zu verankern, dann muss das auch in anderen (nichtformalen) Theoriebereichen möglich sein - und dort erst recht! Demzufolge darf von jeder Theorie verlangt werden, dass sie ihre Grundsätze aus dieser Quelle schöpft und dies nachvollziehbar belegt.